La vie secrète des mathématiques

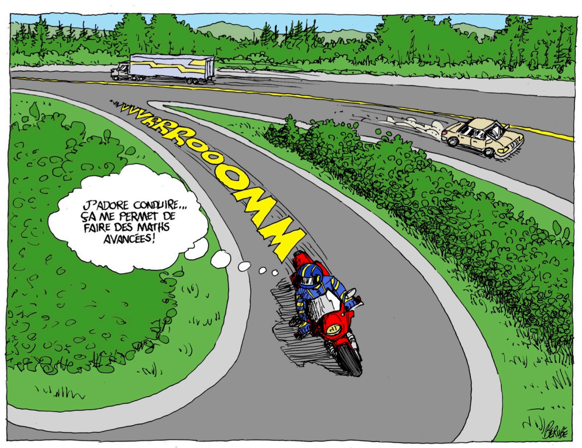
Résumé: Louise Beaulac-Baillargeon

Nous avions invité M. Jean-Marie De Koninck comme conférencier lors de l'Assemblée générale annuelle du 4 juin 2015. M. De Koninck est très connu du grand public entre autre à titre de président-fondateur de l'Opération Nez rouge. Il est aussi et surtout professeur au Département de mathématiques et de statistique de l'Université Laval depuis 1972.

Il est, de plus, l'auteur de 15 livres et de 129 articles publiés dans des journaux scientifiques. Reconnu en tant qu'excellent vulgarisateur comme le démontrent ses ouvrages de la collection « En chair et en maths » et son dernier recueil « Cette science qui ne cesse d'étonner ».

Sciences et mathématiques en action (SMAC) http://www.smac.ulaval.ca/accueil/ qui vise à renforcer chez les jeunes l'intérêt pour les mathématiques et à démystifier cette science auprès de la population en général est aussi attribué à M. De Koninck.

Sa conférence a été très appréciée par les gens présents. C'est pourquoi je vais tenter de partager avec vous quelques unes des situations faisant appel aux mathématiques que vous aurez plaisir à vérifier. Même en conduisant vous faites des maths avancées! Validez par vous-mêmes!



Plan et résumé

Voici les sujets abordés par M. De Koninck. Les plus faciles d'accès (**en bleu**) vous sont résumés ici.

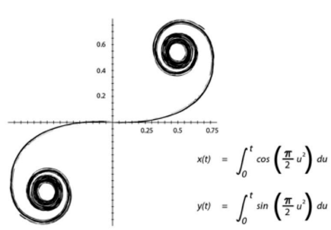
- **Le virage le plus sécuritaire**
- **Le paradoxe des anniversaires**
- Une visite médicale casse-tête
- La Loi de Poisson
- La cryptographie
- **Le Soccer**
- **Quand devrait-on retirer le gardien de but**
- **Les maths et l'exploration spatiale**
- **La conjecture de De Koninck**

Le virage le plus sécuritaire

Quelle courbe est plus sécuritaire pour une sortie d'autoroute ou des voies ferrées? Quelle forme doit avoir la courbe afin de secouer le moins possible les passagers?

Ce n'est pas facile de deviner cela sans l'aide de savants calculs. Pour réussir je vous le donne en mille, il faut que, parcourue à vitesse constante, sa courbure varie linéairement, de telle sorte que la force centrifuge ressentie par l'automobiliste qui conduit à vitesse constante le long de cette courbe varie continuellement.

- **Il s'avère que la courbe idéale est une spirale! Plus précisément la spirale de Cornu**
- **…Regardez : la spirale de Cornu étirée sur l'axe, vous comprendrez…peut-être!**



Le paradoxe des anniversaires

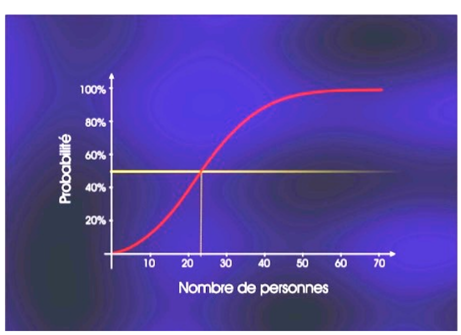
Combien faut-il de personnes dans une salle pour qu'il y ait 50 % de chance qu'au moins deux d'entre elles aient la même date d'anniversaire?

Pour le savoir, il faut multiplier (*) les rapports obtenus de 365/365 jours * 365-1/365 * 365-2/365 *…*…* 365-23/365. Il faut donc soustraire 1 pour chaque personne présente et recalculer le rapport 23 fois, pour les multiplier ensemble ensuite!

S'il y a seulement 3 personnes dans une salle, la probabilité qu'il n'y ait pas deux personnes avec le même anniversaire est égale à (365/365) * (364/365) * (363/365) = 0,9917, ce qui signifie que la probabilité qu'il y ait effectivement deux personnes avec le même anniversaire est d'environ 1-0,9917, c'est-à-dire environ 1%.

Par contre, s'il y a 23 personnes dans une salle, la probabilité qu'il n'y ait pas deux personnes avec le même anniversaire est égale à (365/365) * (364/365) * (363/365) jusqu'à (343/365) = 0,4927, ce qui signifie que la probabilité qu'il y ait effectivement deux personnes avec le même anniversaire est d'environ 1-0,4927, c'est-à-dire approximativement 50 %. Ainsi, si avec 23 personnes, vos chances sont de 50 %; avec 42 personnes, vos chances sont de 90 %; avec 57 personnes, vos chances sont de 99 %.

Le graphique qui suit illustre la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes avec le même anniversaire, en fonction du nombre de personnes dans la salle. Vous pouvez connaître le résultat pour chaque situation qui vous intéresse en identifiant sur la ligne au bas du graphique (**abscisse**), le **nombre de personnes présentes dans la salle**. Vous observerez ainsi sur la courbe rouge, au point de rencontre du nombre de personnes, une ligne en jaune qui indique le % de chances que vous ayez au moins deux personnes avec le même anniversaire.



Le Soccer

À quel point est-il important de marquer le premier but? Deux équipes de force égale s’affrontent.

Si l’équipe A compte le premier but…

… quelle est la probabilité que l’équipe A perde la partie?

> $P[X=k]$ = probabilité qu’au cours d’un match, le nombre total de X buts marqués soit égal à k
> Alors $P[X=k]=(e^{-m}\, m^k)/k!$
>
> La probabilité pour A de ne pas perdre la partie est
> $P[X=1]+P[X=2]+3/4\times P[X=3]+7/8\ P[X=4]+\ldots * 100=0{,}86405$.

L’équipe qui marque le 1er but a donc environ 86 % de chances de ne pas perdre la partie et une probabilité de seulement 14 % de perdre.

Et vlan !

Observez par vous-mêmes…et vous aurez fière allure dans les «salons».

Vive le Hockey

Données intéressantes:

- l'équipe qui retire son gardien de but triple ses chances de marquer, pendant que l'équipe adverse les multiplie par 8;
- jouer à domicile a des avantages, comme marquer 2,9 buts par partie plutôt que 2,6 et recevoir 10 % moins de punitions. Et oui!

Des statistiques jusqu'ici inconnues :

- en retirant le gardien et en jouant à 6 contre 4, l'équipe marquera 1 but par 5,5 minutes, pendant que l'équipe adverse marquera 1 but par 4,8 minutes;
- l'équipe qui retire son gardien voit l'équipe adverse recevoir deux fois plus de punitions.

Situations à vérifier…

Situation A : il reste 3 minutes de jeu à la 3^e période et l'équipe locale mène 3 à 2.
Recommandation : l'équipe visiteuse devrait retirer son gardien de but.
Un avantage supplémentaire de 24 %.

Situation B : il reste 6 minutes de jeu à la 3^e période, l'équipe visiteuse mène 4 à 2 et on joue à 5 contre 5.
Recommandation : l'équipe locale devrait retirer son gardien de but.
Un avantage supplémentaire de 85 %.

Situation C : il ne reste que 1:52 minutes de jeu à la 3^e période, l'équipe visiteuse mène 3 à 2 et on joue à 4 contre 5.
Recommandation : l'équipe locale devrait retirer son gardien de but.
Un avantage supplémentaire de +117 %.

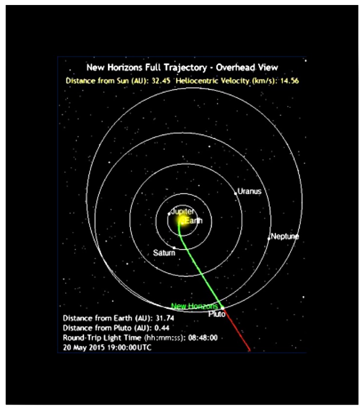
Situation D : il reste 12 minutes de jeu, l'équipe locale mène 3 à 0 et on joue à 3 contre 5.
Recommandation : l'équipe visiteuse devrait retirer son gardien de but.
Un **avantage supplémentaire de +38 %**.

Assistance gravitationnelle :
La sonde *New Horizons* en direction de Pluton

En 2007, *New Horizons* est passée derrière Jupiter pour amener sa vitesse de 16 km/sec à 20 km/sec. L'assistance gravitationnelle permet d'augmenter l'accélération ou de la diminuer.

Consulter ce site avant de poursuivre la lecture vous permettra de mieux comprendre.

L'Assistance_gravitationnelle



Le 21 mai 2015, *New horizons* était :

- à 31,74 UA de la Terre;
- à 0,44 UA de Pluton;
- vitesse actuelle: 14,56 km/s;
- délai de communication: 8 heures 48 min;
- arrivée prévue: 14 juillet 2015.

Un dernier effort pour les forts en maths!

La conjecture de De Koninck

Théorème: affirmation mathématique qui peut être démontrée rigoureusement, c'est-à-dire par un raisonnement logique et incontestable.
Conjecture: énoncé suggéré par l'intuition ou par l'observation d'une série d'exemples **mais que personne n'a encore réussi à démontrer rigoureusement.**

D'abord il faut savoir que les nombres entiers positifs sont les nombres 1, 2, 3, qui servent à compter les objets. La conjecture de De Koninck s'énonce ainsi:

- si σ(n) désigne la somme des diviseurs de n (par exemple, σ(6)=1+2+3+6=12) et si γ(n) désigne le produit des nombres premiers qui divisent n (par exemple, γ(12)=2 x 3 =6), alors, selon la conjecture de De Koninck, les seuls entiers positifs n tels que σ(n)=⟦γ(n)⟧^2 sont : n=1 et n=1782.